

1 DAS SIND WIR

(TT) Willkommen zu unserer Präsentation über Punktgruppen und deren Anwendung in der Kristallographie. Ich bin Tim Tönz habe vor dem Studium die Lehre als Elektroinstallateur abgeschlossen und studiere jetzt Elektrotechnik im Vierten Semester mit Herrn Naoki Pross.

(NP) Das bin ich ... Nun zum Inhalt

2 ABLAUF

Wir möchten Euch zeigen, was eine Punktgruppe ausmacht, Konkret an Beispielen in 2D zeigen mit Gemeinsamkeiten zu Algebraischen Symmetrien. Da wir Menschen jedoch 3 Räumliche Dimensionen Wahrnehmen möchten wir euch die 3D Symmetrien natürlich nicht vorenthalten. Um dem Thema des Mathematikseminars gerecht zu werden, werden wir die einfache Verbindung zwischen Matrizen und Punktsymmetrien zeigen. Damit die Praxis nicht ganz vergessen geht, Kristalle Mathematisch beschreiben und dessen Limitationen in Hinsicht Symmetrien. Als Abschluss zeigen wir euch einen Zusammenhang zwischen Piezoelektrizität und Symmetrien.

3 INTRO

Ich hoffe wir konnten schon mit der Einleitung ein wenig Neugierde wecken. falls dies noch nicht der Fall ist, sind hier noch die wichtigsten Fragen, welche wir euch beantworten wollen, oder zumindest überzeugen, wieso dies spannende Fragen sind. Als erstes, was eine Symmetrie ist oder in unserem Fall eine Punktsymmetrie. Was macht ein Kristall aus, also wie kann man seine wichtigsten Eigenschaften mathematisch beschreiben. Als letztes noch zu der Piezoelektrizität, welche ein Effekt beschreibt, dass bestimmte Kristalle eine elektrische Spannung erzeugen, wenn sie unter mechanischen Druck gesetzt werden. welche Kristalle diese Fähigkeit haben, hat ganz konkret mit ihrer Symmetrie zu tun.

4 GEOMETRIE

We'll start with geometric symmetries as they are the simplest to grasp.

[Intro]

To mathematically formulate the concept, we will think of symmetries as actions to perform on an object, like this square. The simplest action, is to take this square, do nothing and

put it back down. Another action could be to flip it along an axis, or to rotate it around its center by 90 degrees.

[Cyclic Groups]

Let's focus our attention on the simplest class of symmetries: those generated by a single rotation. We will gather the symmetries in a group G , and denote that it is generated by a rotation r with these angle brackets.

Take this pentagon as an example. By applying the rotation action 5 times, it is the same as if we had not done anything, furthermore, if we act a sixth time with r , it will be the same as if we had just acted with r once. Thus the group only contain the identity and the powers of r up to 4.

In general, groups with this structure are known as the "Cyclic Groups" of order n , where the action r can be applied $n - 1$ times before wrapping around.

[Dihedral Groups]

Okay that was not difficult, now let's spice this up a bit. Consider this group for a square, generated by two actions: a rotation r and a reflection σ . Because we have two actions we have to write in the generator how they relate to each other.

Let's analyze this expression. Two reflections are the same as the identity. Four rotations are the same as the identity, and a rotation followed by a reflection, twice, is the same as the identity.

This forms a group with 8 possible unique actions. This too can be generalized to an n -gon, and is known as the "Dihedral Group" of order n .

[Symmetrische Gruppe]

[Alternierende Gruppe]

5 ALGEBRA

Let's now move into something seemingly unrelated: algebra.

[Complex numbers and cyclic groups]

[Matrizen]

Das man mit Matrizen so einiges darstellen kann ist keine Neuigkeit mehr nach einem halben Semester Matheseminar. Also überrascht es wohl auch keinen, dass man alle punktsymmetrischen Operationen auch mit Matrizen formulieren kann. (Beispiel zu Rotation mit video) Für die Spiegelung wie auch eine Punkt inversion habt ihr dank dem Matheseminar bestimmt schon eine Idee wie diese Operationen als Matrizen aussehen. Ich weiß nicht ob

der Tipp etwas nützt, aber ih müsst nur in der Gruppe $O(3)$ suchen. Was auch sinn macht, denn die Gruppe $O(3)$ zeichnet sich aus weil ihre Matrizen distanzen konstant hallten wie auch einen fixpunkt haben was sehr erwünscht ist, wenn man Punktsymmetrien beschreiben will.

[Krystalle]

Jenen welchen die Kristalle bis jetzt ein wenig zu kurz gekommen sind, Freuen sich hoffentlich zurecht an dieser Folie. Es geht ab jetzt nähmlich um Kristalle. Bevor wir mit ihnen arbeiten könne sollten wir jedoch klähren, was ein Kristall ist. Per definition aus eienm Anerkanten Theoriebuch von XXXXXXXXXX Zitat: "YYYYYYYYYYYYYYY" Was so viel heist wie, ein Idealer Kristall ist der schlimmste Ort um sich zu verlaufen. Macht man nähmlich einen Schritt in genau in das nächste lattice feld hat siet der kristall wieser genau gleich aus. Als Orentierungshilfe ist diese eigenschaft ein grosser Nachteil nicht jedoch wenn man versucht alle möglichen Symmetrien in einem Kristall zu finden. Denn die Lattice Strucktur schränkt die unendlichen möglichen Punktsymmetrien im 3D Raum beträchtlich ein. Was im Englischen bekannt is unter dem Crystallographic Restrictiontheorem.