Punktgruppen und Kristalle

Naoki Pross, Tim Tönz

Hochschule für Technik OST, Rapperswil

10. Mai 2021

Einleitung

2D Symmetrien

Algebraische Symmetrien

3D Symmetrien

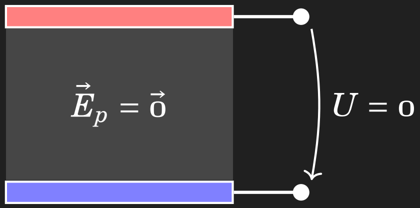
Matrizen

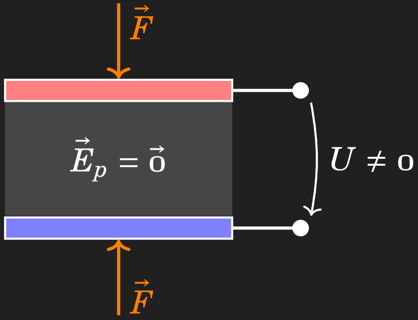
Kristalle

Anwendungen

Einleitung

- Was heisst *Symmetrie* in der Mathematik?
- Wie kann ein Kristall modelliert werden?
- Aus der Physik: Piezoelektrizität





2D Symmetrien

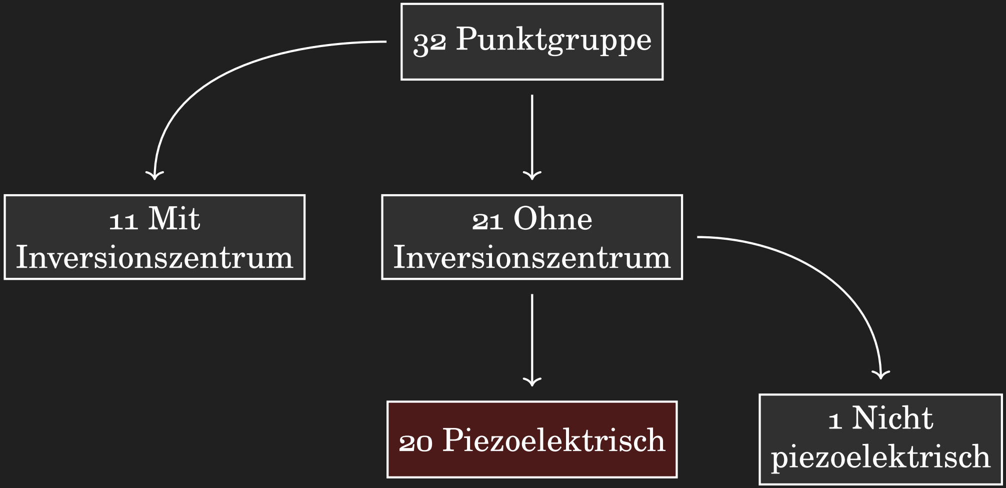
Algebraische Symmetrien

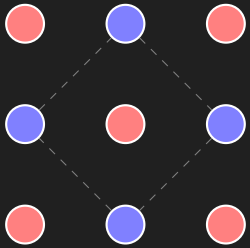
3D Symmetrien

Matrizen

Kristalle

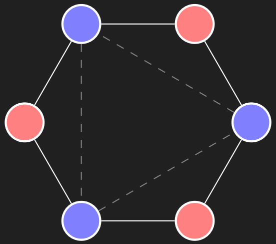
Anwendungen

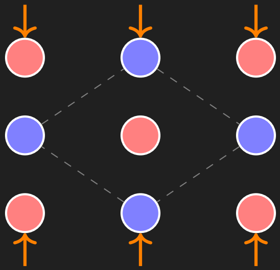

32 Punktgruppe
11 Mit Inversionszentrum
21 Ohne Inversionszentrum
20 Piezoelektrisch
1 Nicht piezoelektrisch

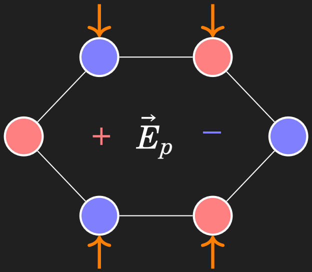


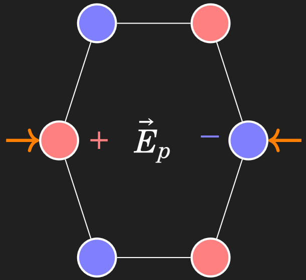
Mit und Ohne Symmetriezentrum

Polarisation Feld $\vec{E}_p$









Licht in Kristallen

Symmetriegruppe und Darstellung

$$G = \{\mathbb{1}, r, \sigma, \dots\}$$
$$\Phi : G \to O(n)$$

$$U_\lambda = \{v : \Phi v = \lambda v\}$$
$$= \operatorname{null}(\Phi - \lambda I)$$

Helmholtz Wellengleichung

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}$$

Ebene Welle

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\left[i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)\right]$$

Anisotropisch Dielektrikum

$$(K\varepsilon)\vec{E} = \frac{\omega^2}{\mu k^2}\vec{E}$$

$$\vec{E} \in U_\lambda \implies (K\varepsilon)\vec{E} = \lambda\vec{E}$$

Ähenlich auch in der Mechanik

$$\vec{F} = \kappa\vec{x} \quad \text{(Hooke)}$$