Punktgruppen und Kristalle

Naoki Pross, Tim Tönz

Hochschule für Technik OST, Rapperswil

10. Mai 2021

Einleitung

Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Kristalle

Anwendungen

Einleitung

ψ

Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-1 \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = 1$$

Produkt mit i

$$
\begin{aligned}
1 \cdot i &= i \\
i \cdot i &= -1 \\
-1 \cdot i &= -i \\
-i \cdot i &= 1
\end{aligned}
$$

Gruppe

$$
\begin{aligned}
G &= \{1, i, -1, -i\} \\
&= \{1, i, i^2, i^3\} \\
Z_4 &= \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\}
\end{aligned}
$$

Produkt mit i

$$
\begin{aligned}
1 \cdot i &= i \\
i \cdot i &= -1 \\
-1 \cdot i &= -i \\
-i \cdot i &= 1
\end{aligned}
$$

Gruppe

$$
\begin{aligned}
G &= \{1, i, -1, -i\} \\
&= \{1, i, i^2, i^3\} \\
Z_4 &= \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\}
\end{aligned}
$$

Darstellung

$$\phi : Z_4 \to G$$

$$
\begin{aligned}
\phi(\mathbb{1}) &= 1 \qquad & \phi(r^2) &= i^2 \\
\phi(r) &= i \qquad & \phi(r^3) &= i^3
\end{aligned}
$$

Produkt mit i

$$
\begin{aligned}
1 \cdot i &= i \\
i \cdot i &= -1 \\
-1 \cdot i &= -i \\
-i \cdot i &= 1
\end{aligned}
$$

Gruppe

$$
\begin{aligned}
G &= \{1, i, -1, -i\} \\
&= \{1, i, i^2, i^3\} \\
Z_4 &= \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\}
\end{aligned}
$$

Darstellung

$$\phi : Z_4 \to G$$

$$
\begin{aligned}
\phi(\mathbb{1}) &= 1 & \phi(r^2) &= i^2 \\
\phi(r) &= i & \phi(r^3) &= i^3
\end{aligned}
$$

Homomorphismus

$$
\begin{aligned}
\phi(r \circ \mathbb{1}) &= \phi(r) \cdot \phi(\mathbb{1}) \\
&= i \cdot 1
\end{aligned}
$$

Produkt mit i

$$
\begin{aligned}
1 \cdot i &= i \\
i \cdot i &= -1 \\
-1 \cdot i &= -i \\
-i \cdot i &= 1
\end{aligned}
$$

Gruppe

$$
\begin{aligned}
G &= \{1, i, -1, -i\} \\
&= \{1, i, i^2, i^3\} \\
Z_4 &= \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\}
\end{aligned}
$$

Darstellung

$$\phi : Z_4 \to G$$

$$
\begin{aligned}
\phi(\mathbb{1}) &= 1 & \qquad \phi(r^2) &= i^2 \\
\phi(r) &= i & \qquad \phi(r^3) &= i^3
\end{aligned}
$$

Homomorphismus

$$
\begin{aligned}
\phi(r \circ \mathbb{1}) &= \phi(r) \cdot \phi(\mathbb{1}) \\
&= i \cdot 1
\end{aligned}
$$

ϕ ist bijektiv $\implies Z_4 \cong G$

Kristalle

Anwendungen