

PUNKTGRUPPEN UND KRISTALLE

Naoki Pross, Tim Tönz

Hochschule für Technik OST, Rapperswil

10. Mai 2021

Einleitung

Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Kristallen

Anwendungen

Einleitung

Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-1 \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = 1$$

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-1 \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = 1$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

$$= \{1, i, i^2, i^3\}$$

$$\mathbb{Z}_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$$

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-1 \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = 1$$

Darstellung

$$\phi : Z_4 \rightarrow G$$

$$\phi(1) = 1$$

$$\phi(r^2) = i^2$$

$$\phi(r) = i$$

$$\phi(r^3) = i^3$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

$$= \{1, i, i^2, i^3\}$$

$$Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$$

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-1 \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = 1$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

$$= \{1, i, i^2, i^3\}$$

$$\mathbb{Z}_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$$

Darstellung

$$\phi : \mathbb{Z}_4 \rightarrow G$$

$$\phi(1) = 1 \quad \phi(r^2) = i^2$$

$$\phi(r) = i \quad \phi(r^3) = i^3$$

Homomorphismus

$$\phi(r \circ 1) = \phi(r) \cdot \phi(1)$$

$$= i \cdot 1$$

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-1 \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = 1$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

$$= \{1, i, i^2, i^3\}$$

$$\mathbb{Z}_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$$

Darstellung

$$\phi : \mathbb{Z}_4 \rightarrow G$$

$$\phi(1) = 1 \quad \phi(r^2) = i^2$$

$$\phi(r) = i \quad \phi(r^3) = i^3$$

Homomorphismus

$$\phi(r \circ 1) = \phi(r) \cdot \phi(1)$$

$$= i \cdot 1$$

$$\phi \text{ ist bijektiv} \implies \mathbb{Z}_4 \cong G$$

Kristalle

Anwendungen