Punktgruppen und Kristallen

Naoki Pross, Tim Tönz

Hochschule für Technik OST, Rapperswil

10. Mai 2021

Einleitung

Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Kristallen

Anwendungen

Einleitung

ψ

Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-1 \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = 1$$

Produkt mit i

$$
\begin{aligned}
1 \cdot i &= i \\
i \cdot i &= -1 \\
-1 \cdot i &= -i \\
-i \cdot i &= 1
\end{aligned}
$$

Gruppe

$$
\begin{aligned}
G &= \{1, i, -1, -i\} \\
&= \{1, i, i^2, i^3\} \\
Z_4 &= \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\}
\end{aligned}
$$

Produkt mit i

$$
\begin{aligned}
1 \cdot i &= i \\
i \cdot i &= -1 \\
-1 \cdot i &= -i \\
-i \cdot i &= 1
\end{aligned}
$$

Gruppe

$$
\begin{aligned}
G &= \{1, i, -1, -i\} \\
&= \{1, i, i^2, i^3\} \\
Z_4 &= \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\}
\end{aligned}
$$

Darstellung

$$\phi : Z_4 \to G$$

$$
\begin{aligned}
\phi(\mathbb{1}) &= 1 & \qquad \phi(r^2) &= i^2 \\
\phi(r) &= i & \qquad \phi(r^3) &= i^3
\end{aligned}
$$

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$
$$i \cdot i = -1$$
$$-1 \cdot i = -i$$
$$-i \cdot i = 1$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$
$$= \{1, i, i^2, i^3\}$$
$$Z_4 = \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\}$$

Darstellung

$$\phi : Z_4 \to G$$

$$\phi(\mathbb{1}) = 1 \qquad \phi(r^2) = i^2$$
$$\phi(r) = i \qquad \phi(r^3) = i^3$$

Homomorphismus

$$\phi(r \circ \mathbb{1}) = \phi(r) \cdot \phi(\mathbb{1})$$
$$= i \cdot 1$$

Produkt mit i

$$1 \cdot i = i$$
$$i \cdot i = -1$$
$$-1 \cdot i = -i$$
$$-i \cdot i = 1$$

Gruppe

$$\begin{aligned} G &= \{1, i, -1, -i\} \\ &= \{1, i, i^2, i^3\} \\ Z_4 &= \{\mathbb{1}, r, r^2, r^3\} \end{aligned}$$

Darstellung

$$\phi : Z_4 \to G$$

$$\begin{aligned} \phi(\mathbb{1}) &= 1 & \phi(r^2) &= i^2 \\ \phi(r) &= i & \phi(r^3) &= i^3 \end{aligned}$$

Homomorphismus

$$\begin{aligned} \phi(r \circ \mathbb{1}) &= \phi(r) \cdot \phi(\mathbb{1}) \\ &= i \cdot 1 \end{aligned}$$

ϕ ist bijektiv $\implies Z_4 \cong G$

Kristallen

Anwendungen